

И.С. Абдуллаев,
и.ф.н., доц. УрДУ

МИНТАҚАНИНГ ИЖТИМОЙ – ИҚТИСОДИЙ РИВОЖЛАНИШНИ ПРОГНОЗ ҚИЛИШНИНГ ЎЗИГА ХОС ХУСУСИЯТЛАРИ

В статье рассматривается решение одной из важных главных современной теории функции комплексных переменных и определения возможности их применение в экономике. Проведен анализ построение и исследование линейной производственных функций комплексного переменного и для их выявления тех их свойств, которые могут применяться в прогнозировании региональной экономической системы.

In the paper, we looked through the solution of one of the most important functions of the modern theory with complex variables and determined the possibilities of their application in economy. Analyzed constructing and studying linear production functions with complex variable and identified their properties, which can be used in the prediction of regional economic system.

Калитли сўзлар: *Иқтисодий тизим, авторегрессия, экспоненциал текислаш, ишлаб чиқариш функцияси, динамик қатор, пропорционал коэффицент, ҳақиқий ва мавҳум қисмлар.*

Иқтисодий жараён ва объектлар динамикасини прогнозлашнинг мураккаблиги ижтимоий-иқтисодий прогнозлаш усуллари ва моделларининг кўплигини асослайди. Бунинг учун кўплаб ҳолатларда бир қатор кўрсаткичлар ҳаракатини ифода қилувчи усул ва моделлар ишлатилади, шу сабабли боғланишларни тўла очиб бериш имкониятлари бўлмайди. Иқтисодий тизимларга хос бўлган инерция ҳисобига шаклланган тенденциялар прогноз қилиши билан боғлиқ оддий тамойилдан келиб чиққан ҳолда трендлар ишлатилади. Худди шундай оддий тамойил асосида авторегрессия ва экспоненциал текислаш моделлари шакллантирилган.

Бироқ, амалиётда ушбу тахмин бажарилмайди, шунинг учун ҳам бундай моделлар ёрдамида бажариладиган прогнозларнинг аниқлиги унчалик юқори эмас.

Иқтисодий прогнозларни аниқ қилиш мақсадида олимлар регрессион таҳлил аппаратини ишлатган ҳолда айрим таъсир кўрсатувчи омилларга боғлиқ ҳолда прогноз қилинадиган кўрсаткичларни ҳисоблашда бундай моделларни шакллантириш вазифасига эътибор қаратишади. Бундай моделлар мос бўлган шарт-шароитлар эвазига шаклланади, чунки фақатгина мураккаб объектнинг боғланишлари сабабини аниқлаб, уларни тасвирлаган ҳолда ҳаракатларнинг ўзига хос хусусиятларини ўрганиб, уларни прогноз қилишга эришиб бўлади. Бироқ, иқтисодиётда ушбу ёндашув ҳамиша ҳам яхши ишламайди – ҳар қандай прогноз қилинадиган кўрсаткич турли хил табиатга мансуб кўплаб омилларининг ҳаракатлари ва ўзаро алоқалари натижасида пайдо бўладиган иқтисодий ҳодисани ифода қилади. Бундай омилларнинг таъсири мураккаб,

чизиқсиз хусусиятга эга бўлади ҳамда кўп вақт сарфланишига олиб келади. Бундан ташқари, ушбу омилларнинг бир қисми прогноз қилувчи учун номаълум бўлиб қолади ва у уларни моделга кирита олмайди. Бунинг натижасида прогноз қилувчи прогнозли моделга фақат асосий омилларни киритишга мажбур бўлади, бу эса прогнозларнинг аниқлигига салбий таъсир кўрсатади. Прогноз қилинадиган иқтисодий тизимнинг тузилишини ифода этиш ва уларнинг элементлари ўртасидаги ўзаро алоқаларни моделлаштириш орқали аниқликка эришса бўлади. Иқтисодий тизимларнинг ривожланишини прогнозлашда муваффақиятсизликларнинг асосий сабаби прогнозли моделнинг хусусиятлари иқтисодий динамиканинг эволюцион хусусиятига мос келмаслиги, яъни «ҳамма нарса ўтади, ҳамма нарса ўзгаради» моделларнинг тузилиши, параметрлари, ўзаро боғлиқликлари эса ўзгармасдан қолади. Бу бошқа йўналишга – иқтисодий динамика моделларига ҳам тегишлидир, иқтисодчиларга бундай моделларни шакллантириш имконини берган Р. Солоу иши пайдо бўлганидан кейин улар жадаллик билан ривожланди [1]. Демак, иқтисодий ривожланишнинг прогнозлаш соҳасида кўп йиллар давомида илмий тадқиқотлар олиб борилганлигига қарамай, прогнозлар назариясининг назарий ва инструментал базасини ривожлантириш орқали иқтисодий прогнозларнинг аниқлигини ошириш масаласи долзарб ҳисобланади. Ушбу соҳада истиқболли йўналишлардан бири бўлиб иқтисодий прогнозлаш масаласига комплекс сон қийматли моделларини қўллаш ҳисобланади. Комплекс сонли ўзгарувчили микдорлар ўзгаришларининг статистик кузатувлари бўйича регрессион комплекс сонли даражали моделларини қуриш имкониятига бўлган қизиқиш XX асрнинг 50-60 йилларида пайдо бўлган [2]. Бироқ, комплекс сонли ўзгарувчи микдорларининг математик статистика аппаратини яхшилаш ҳаракатлари охириги йилларгача амалга оширилган бўлса ҳам, ушбу йўналиш кейинчалик татбиқ қилинмади [3]. Фикримизча, ушбу йўналишда асосий муаммо комплекс сонли ўзгарувчи микдор дисперсиясининг хусусиятлари тўғрисида билдирилган тахмин бўлган. Ушбу тўсиқ бартараф этилиши комплекс сон қийматли моделларнинг шаклланиш имконини бери [4].

Комплекс сон қийматли ишлаб чиқариш функциялари иқтисодий тизимларнинг ривожланишини прогнозлашда алоҳида эътиборга сазовордир. Ҳақиқий ўзгарувчили микдорларнинг ишлаб чиқариш функциялари ишлаб чиқариш натижасига асосий ишлаб чиқариш ресурсларининг таъсирини ифода қилиб, кўплаб амалий вазифаларни бажаришга иқтисодчига ёрдам беради, шу жумладан иқтисодий тизимларни ривожланишини прогнозлашда комплекс сон қийматли ишлаб чиқариш функцияларининг моделларидан ушбу соҳада кўплаб қизиқарли натижаларни олиш мумкин. Комплекс сонли ўзгарувчи микдорларнинг ишлаб чиқариш функцияси фойда (G) ва сарф-харажатлар (C) каби корхона фаолияти натижаларининг кўрсаткичларини асосий ишлаб чиқариш ресурслари – меҳнат (L) ва капитал (K) билан ўзаро боғлиқлигини ифода қилади [5]. Комплекс сон қийматли ишлаб чиқариш функцияси умумий кўринишда ишлаб чиқариш фаолияти натижасининг комплекс сонли ўзгарувчи микдорини $C_t + iG_t$ омилнинг комплекс сонли ўзгарувчи микдорига $L_t + iK_t$ боғлиқлигини ифода қилади:

$$C_t + iG_t = f(L_t + iK_t). \quad (1)$$

Ҳақиқий ўзгарувчили микдорларнинг моделларидан бундай моделнинг устунлиги шундаки, бир вақтнинг ўзида иккита иқтисодий ўзгарувчили микдорларнинг бошқа иккита ўзгарувчили микдорларга боғлиқлиги моделлаштирилади. Боғлиқликлар (1) турли ҳил кўринишларга эга бўлиши мумкин – оддий моделлардан кўп омилли даражаларгача. Бироқ, оддий комплекссон қийматли ишлаб чиқариш функциялари ҳам уларни амалиётда ишлатганда ҳақиқий ўзгарувчили микдорлардан кўра иқтисодчига кўпроқ натижаларни беради. Ушбу мақолада ишлаб чиқариш функциялари комплекссон даражали моделларининг энг оддий шаклини – ҳақиқий коэффициентларга эга бўлган комплекссонли ўзгарувчили микдорларнинг даражали ишлаб чиқариш функциясини кўриб чиқамиз [5]:

$$C_t + iG_t = a(L_t + iK_t)^b \quad (2)$$

Ушбу моделни экспоненциал шаклда тасаввур қилсак, унинг ноёб хусусиятлари яққол кўринади, ушбу хусусиятлар мазкур модель иқтисодиётнинг кўплаб амалий масалаларини ҳал қилишда керакли бўлишини таъминлайди:

$$\sqrt{C_t^2 + G_t^2} e^{i \arctg \frac{G_t}{C_t}} = a(\sqrt{L_t^2 + K_t^2} e^{i \arctg \frac{K_t}{L_t}})^b. \quad (3)$$

Кўришимиз мумкинки, комплекссон ишлаб чиқариш ресурсининг мусбат бурчаги муҳим иқтисодий кўрсаткичлардан бири бўлган меҳнатнинг капитал билан таъминланганлигини (K_t/L_t) ифодалайди, ишлаб чиқариш натижасининг мусбат бурчаги эса бошқа бир муҳим иқтисодий кўрсаткичнинг микдорини – рентабеллик даражасини ифода қилади (G_t/C_t). мутаносиблик коэффициентларининг ижобий қийматлари a ва даражанинг кўрсаткичи b эвазига бундай ишлаб чиқариш ҳаракати моделлаштирилади. Меҳнатнинг доимийлиги пайтида капиталнинг ўсиши (капитал билан таъминланганлик даражаси ўсиши) комплекс ресурсининг мусбат бурчаги каттайишига олиб келади, бу эса моделда комплекссон натижасининг мусбат бурчаги пропорционал ўсишини англатади, яъни ялпи даромаднинг ўсиши эвазига рентабеллик даражасининг ўсишини билдиради. Бу одатда амалиётда содир бўлади, бунда асосий капиталга киритилаётган инвестициялар меҳнатнинг унумдорлигини оширади, ишлаб чиқаришда йўқотишларни камайтиради ва даромад ўсишига олиб келади.

Агарда капиталнинг доимий микдори сақланган ҳолда меҳнат харажатлари кўпайтирилса, ўхшаш ўзаро боғлиқликни кўришимиз мумкин бўлади, бироқ ишлаб чиқариш харажатлари ҳам мавжуд бўлади. Ушбу ҳолатда ишлаб чиқариш ресурсларининг мусбат бурчаги камаяди, бу эса ишлаб чиқариш натижасининг комплекссон ўзгарувчили микдори мусбат бурчагининг пропорционал камайишини моделлаштиради, бунда сарф-харажатлар даромаддан кўра кўп бўлади. Бу ҳам реал ишлаётган ишлаб чиқариш тизимларининг хусусияти ҳисобланади. Бу шуни англатадики, ишлаб чиқариш функциясининг тақдим қилинган модели (2) ишлаб чиқариш жараёнларини аниқ ифода қилади, унинг хусусиятлари эса аниқ иқтисодий маънога эгадир. Бироқ, ҳақиқий коэффициентларга эга бўлган даражали комплекссон ишлаб

чиқариш функциясининг ажойиб хусусиятидан ташқари, у яна бир ноёб хусусиятга эга – унинг коэффицентлари ҳар бир кузатувда осонлик билан ҳисоб-китоб қилинади, бу эса иқтисодий таҳлил ва прогнозлаш борасида тадқиқотчи учун янги имкониятларни очиб беради. Ҳақиқатан ҳам, моделнинг экспоненциал шаклидаги ёзувига кўра (3), даража кўрсаткичи b қуйидаги формула орқали осонлик билан аниқланиши мумкин:

$$b_t = \frac{\arctg \frac{G_t}{C_t}}{\arctg \frac{K_t}{L_t}} + 2\pi k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

$k \neq 0$ вазиятини тахмин қилишга иқтисодиётда асослар мавжуд эмаслиги туфайли ўнг қисмидаги қўшилувчини нолга тенглаштириш зарур бўлади.

Эътиборимизни шунга қаратишимиз лозимки, даража кўрсаткичи аниқ иқтисодий маънога эга, чунки тенгликнинг ўнг қисмидаги суратда рентабеллик миқдорини акс эттирувчи бурчак жойлашганлиги (G_t/C_t), касрнинг махражида эса меҳнат капитал билан таъминланганлик миқдорини акс эттирувчи мусбат бурчаги жойлашганлиги (K_t/L_t) сабабли даража кўрсаткичи меҳнатнинг капитал билан таъминланганлиги ишлаб чиқариш рентабеллигига таъсир қилишини акс эттиради.

Энди эса, ушбу кузатувда даража кўрсаткичининг миқдорини била туриб, пропорционаллик коэффицентини ҳисоблаб чиқиш мумкин бўлади:

$$a_t = \frac{\sqrt{C_t^2 + G_t^2}}{(\sqrt{L_t^2 + K_t^2})^b}. \quad (5)$$

Иккита коэффицент ҳам вақт доирасида ўзгариши сабабли, улар муайян динамик қаторларни ифода қилишади $\{a_t\}$ ва $\{b_t\}$ ҳамда статистик қайта ишлаш ва прогнозлаш объекти бўла олади. Бунда ўзгарувчиларнинг миқдорига эътибор бериш лозим чунки комплекссонли ўзгарувчиларнинг ишлаб чиқариш функциялари бир ҳил функциялар бўлиб ҳисобланмайди. Ҳақиқатан ҳам, мисол учун ўзгарувчиларнинг даражали ишлаб чиқариш функциясини оладиган бўлсак:

$$Q_t = aK_t^\alpha L_t^\beta, \quad (6)$$

ва унда капитал ресурсларнинг масштаби λ мартага оширилса қуйидаги формула ҳосил бўлади:

$$Q_t = a(\lambda K_t)^\alpha L_t^\beta = a\lambda^\alpha K_t^\alpha L_t^\beta. \quad (7)$$

Яъни, ўзгарувчининг масштаби ўзгариши натижасида фақат пропорционалликнинг коэффицентини ўзгаради. Функциянинг турларига қарамайдан комплекссон ўзгарувчилар уларга бир ҳил бўлмаслик хусусиятини беради. Мисол учун, капитал ресурс ўзгарувчининг масштаби худди шу λ мартага ўзгариши комплекссонли ўзгарувчининг ўзгаришига олиб келади:

$$L_{tt} + i\lambda K = \sqrt{L_t^2 + (\lambda K_t)^2} e^{i \arctg \frac{\lambda K_t}{L_t}}. \quad (8)$$

Бу эса, ўз навбатида, комплекссонли ўзгарувчининг бир ҳил эмаслигини англатади, ўзгарувчилардан бирининг масштаби ўзгариши билан модель ўз

коэффициентлари ва бошланғич ўзгарувчиларнинг тасвирланиш аниқлигини жиддий тарзда ўзгартиради.

Ҳақиқий коэффициентларга эга бўлган даражали ишлаб чиқариш функцияси мисолида ушбу хусусиятни кўриб чиқамиз (2). Бунинг учун ҳақиқий ўзгарувчиларнинг иккита тенглик тизими (функциянинг ҳақиқий қисми учун алоҳида тенглик ва функциянинг мавҳум қисми учун алоҳида тенглик) кўринишидаги моделни тасаввур қиламиз:

$$\begin{cases} C_t = a(\sqrt{L_t^2 + K_t^2})^b \cos(\text{barctg} \frac{K_t}{L_t}), \\ G_t = a(\sqrt{L_t^2 + K_t^2})^b \sin(\text{barctg} \frac{K_t}{L_t}). \end{cases} \quad (9)$$

Мисол учун, ҳосил бўлган тизимдан кўринадики, ишлаб чиқариш функциясининг ушбу моделида сарф-харажатлар қуйидагича тасвирланади:

$$C_t = a(\sqrt{L_t^2 + K_t^2})^b \cos(\text{barctg} \frac{K_t}{L_t}). \quad (10)$$

Шунинг учун ҳам капитал ресурс масштаби λ мартага ўзгартирилса, ялпи даромад учун у қуйидаги чизиқ шаклида бўлмаган ўзгаришни англатади:

$$C_t = a(\sqrt{L_t^2 + \lambda^2 K_t^2})^b \cos(\text{barctg} \frac{\lambda K_t}{L_t}). \quad (11)$$

Кўришимиз мумкинки, ишлаб чиқариш натижаси иккита қисмдан иборат – ялпи даромад G_t ва ишлаб чиқаришнинг ялпи харажатлари C_t , улар ўз навбатида комплекссонли ўзгарувчининг ҳақиқий ва мавҳум қисмларига тегишлидир. Шунинг ҳам кўришимиз мумкинки, ҳақиқий ва мавҳум қисмлар қўшилганда ишлаб чиқариш ҳажми ҳосил бўлади:

$$Q_t = G_t + C_t. \quad (12)$$

Бу шунинг англатадики, ишлаб чиқариш натижасининг комплекссонли ўзгарувчилар ҳисоблаб чиқилганда комплекссонли ўзгарувчиларнинг барча ишлаб чиқариш функцияларида (1) нафақат ялпи даромад ва харажатнинг ҳисоб-китоб қийматларини, балки ишлаб чиқариш ҳажми миқдорини (Q) ҳам аниқлаб олиш мумкин. 1-жадвалда комплекссон қийматли моделлар, комплекссонли ўзгарувчиларнинг ишлаб чиқариш функциялари тавсифлари келтирилган.

Комплекссон ўзгарувчиларнинг чизиқли ишлаб чиқариш функциялари: Ишлаб чиқариш функцияларига дастлаб комплекссонли ўзгарувчилар қўлланилган. Бу элементар модель бўлиб, комплекссонли коэффициентни комплекссон аргументга кўпайтириш (ҳақиқий сонлар учун) натижалари туфайли ишлаб чиқариш жараёнларини моделлаштиришнинг алоҳида масалаларини ҳал қилиш учун мақбул бўлган хоссаларга эга. Комплекссонли ўзгарувчиларнинг энг содда функцияси фақат битта комплекссонли коэффициентга – мутаносиблик коэффициентида эга ($b_0 + ib_1$), бироқ айнан у бу функциянинг тадқиқот предмети ҳисобланади. b_0 коэффициент ишлаб чиқариш ҳажми ($Q=G+C$), ўсиши билан ҳам, ресурсларнинг доимий харажатларида ишлаб чиқариш сарфи ва ялпи фойда ўсиши билан ҳам чизиқли ўсиб боради. Агар ҳам ресурслар, ҳам натижалар бир-бирларига тўғридан-тўғри мутаносиб

равишда ўссалар, унда бу коэффициент доимий бўлиб қолади. b_1 коэффициент таннархнинг ўсиши билан ортиб боради ва ишлаб чиқариш жараёнида бандлар сони ортиши билан ҳам айрим даражада ортади. G , C - ларнинг иқтисодий маъноси ишлаб чиқаришни моделлаштиришнинг қайси ҳолатларида комплекссонли ўзгарувчиларнинг чизиқли ишлаб чиқариш функцияларидан фойдаланиш мумкинлигини билдиради. Коэффициент қийматларининг Q_t га боғлиқлиги Q_t ўсиши билан ресурслардан фойдаланишнинг ҳар бир коэффициентнинг қиймати чизиқли ўсиб боришини кўрсатади. b_1 коэффициентни ўзгариш тавсифини ўзини бир неча ўзгарувчилар функциялари билан мос ҳолда тасаввур қиладиган L_t дан аниқлаш учун меҳнат бўйича меҳнат ресурсларидан фойдаланишнинг хусусий ҳосила коэффициентини топиш мумкин. У қуйидагига тенг бўлади:

$$\frac{\partial b_1}{\partial L} = \frac{Q_t (K_t^2 + L_t^2) - 2Q_t L_t^2}{K_t^4 + 2K_t^2 L_t^2 + L_t^4} \quad (13)$$

Функциялар экстремумини топиш учун ифодани ҳосиласини нолга тенглаштирамиз:

$$Q_t (K_t^2 + L_t^2) - 2Q_t L_t^2 = 0 \quad (15)$$

бундан коэффициент b_0 максимал қийматга эга бўладиган шартни топиш осон:

$$L_t^2 = K_t^2 \quad (16)$$

Ўзгарувчиларнинг манфий эмаслигини ҳисобга олиб b_0 коэффициент ҳам b_1 ҳам ўз максимал қийматларини меҳнат сарфининг нисбий қиймати капитал сарфининг нисбий қийматига тенг бўлгандагина қабул қилиш ҳолатини оламиз, яъни :

$$L_t = K_t \quad (17)$$

(16)ни ҳисобга олиб, формуладан (15) коэффициентларни ҳисоблаш учун уларнинг максимал қийматини топиш осон:

$$b_0 = b_1 = \frac{Q_t}{2L_t} = \frac{Q_t}{2K_t} \quad (18)$$

Шундай қилиб ресурслардан фойдаланиш коэффициентлари қиймати қандай ўзгариши ҳақида хулоса чиқариш мумкин.

Q_t ресурсининг қайд этилган мусбат қийматида L_t ресурс нолга тенглигида b_1 коэффициент нолга тенг, бунда b_0 коэффициент нолдан катта. Меҳнат сарфи L_t нолдан (18) билан аниқланадиган қийматигача ўсиб боришида b_1 коэффициент ўсиб боради. Q_t га тенг L_t ресурс қийматида b_0 коэффициент ўзининг максимал қийматига эришади (17). Бунда b_0 эса b_1 коэффициентга тенг бўлади. Меҳнат ресурслари қийматининг янада ўсиши билан b_0 коэффициент камаяди ва L_t қиймат чексизликка интилганда нолга интилади.

Комплекссонли ўзгарувчиларнинг даражали ишлаб чиқариш функциялари: ушбу ҳолатда ишлаб чиқариш функциялари назариясида яхши ўрганилган инструмент комплекссонли ўзгарувчиларнинг даражали ишлаб чиқариш функциялари ҳисобланади. Ўтказилган тадқиқотларнинг

кўрсатишича, бу функция ишлаб чиқариш жараёнлари аналитикаси учун ҳам, ишлаб чиқаришни кўп вариантли мақсадларнинг макро ва микро даражада ривожланишини прогнозлаш мақсадлари учун ҳам ўта самарали қўлланилиши мумкин. Ишлаб чиқариш функциялари назариясида чизиксиз моделнинг кўпчилиги орасидан иқтисодчилар айнан даражали моделни асоссиз афзал кўрмайдилар. Улар фойдаланишга қулай ва оддий иқтисодий изоҳга эга. Даражали комплекссон қийматли ишлаб чиқариш функцияси асосий капиталга инвестициялар жараёнини моделлаштиради, ишлаб чиқаришни технологик жиҳатдан қайта жиҳозлаш, модернизациялашни амалга оширади. Ишлаб чиқаришнинг ўсишини ҳам, пасайишини ҳам; рентабелликнинг ортиши ҳам, камайиши ҳам; ривожланишнинг экстенсив йўлини ҳам; интенсив йўлини ҳам таъминлайди. Бу модель турли хил ишлаб чиқариш жараёнларининг аппроксимациялари ва унинг ёрдамида кўп вариантли ҳисоб-китобларни амалга оширишда ва шу асосда ялпи фойдани кўпайтиришда ҳам кенг қўлланилиши мумкинлигини билдиради.

1-жадвал

Комплекссон қийматли иқтисодиёт моделларининг таснифланиши

Функциялар турлари	Комплекссонли ўзгарувчиларнинг ишлаб чиқариш функциялари	Комплекссон қийматли моделлар параметрларини ҳисоблаш методикаси
1	2	3
Чизикли функция	$G_t + iC_t = (b_0 + ib_1)(K_t + iL_t)$	$b_0 = \frac{G_t K_t + C_t L_t}{L_t^2 + K_t^2}, b_1 = \frac{C_t K_t - G_t L_t}{L_t^2 + K_t^2}$ $G_t = b_0 K_t - b_1 L_t, C_t = b_0 L_t + b_1 K_t$
Даражали функция	$G_t + iC_t = (a_0 + ia_1)(K_t + iL_t)^{(b_0 + ib_1)}$	$G = a(\sqrt{K^2 + L^2})^b \cos(b \arg(K + iL))$ $C = a(\sqrt{K^2 + L^2})^b \sin(b \arg(K + iL))$
Логарифмик функция	$G_t + iC_t = (a_0 + ia_1) + (b_0 + ib_1) \ln(K_t + iL_t)$	$C_t = b_1(\sqrt{K_t^2 + L_t^2})^b + b_0 \arctg \frac{L_t}{K_t}$ $b_0 = \frac{G_t \ln \sqrt{K_t^2 + L_t^2} + C_t \arctg \frac{L_t}{K_t}}{\ln^2 \sqrt{K_t^2 + L_t^2} - \arctg^2 \frac{L_t}{K_t}}$ $b_1 = \frac{C_t \ln \sqrt{K_t^2 + L_t^2} - G_t \arctg \frac{L_t}{K_t}}{\ln^2 \sqrt{K_t^2 + L_t^2} - \arctg^2 \frac{L_t}{K_t}}$
Кўрсаткичли функция	$G_t + iC_t = (a_0 + ia_1)e^{(b_0 + ib_1)(K_t + iL_t)}$	$G_t = a_0 e^{b_0 K_t} \cos(b_0 L_t)$ $C_t = a_0 e^{b_0 K_t} \sin(b_0 L_t)$
Кобб – Дуглас функцияси	$G + iC = (a_0 + ia_1)K^\alpha (L_0 + iL_1)^{1-\alpha}$	$0 < \alpha < 1$ $G_t = R_a R_K^\alpha R_L^{1-\alpha} \cos(\theta_a + \alpha \theta_k + (1-\alpha)\theta_L)$ $C_t = R_a R_K^\alpha R_L^{1-\alpha} \sin(\theta_a + \alpha \theta_k + (1-\alpha)\theta_L)$

Комплекссонли ўзгарувчиларнинг логарифмик ишлаб чиқариш функциялари: комплекссонли ўзгарувчилар ва комплекссонли аргументларнинг логарифмик модели иқтисодиёт амалиётида учрайдиган муҳим боғланишларни таърифлайди ва улар замонавий эконометрик моделлар, захиралар қўшилиши ҳуқуқига эга.

«Комплекссонли ўзгарувчиларнинг логарифмик ишлаб чиқариш функцияларидан фойдаланишнинг биринчи тажрибаси шуни кўрсатадики, у комплекссонли ўзгарувчиларнинг даражали ишлаб чиқариш функцияларига нисбатан ёмон бўлмаган аппроксимацион хоссаларга эга, моделлаштириш натижалари бўйича эса – ҳақиқий сонли ўзгарувчилар моделига нисбатан тўлиқроқ таърифга эга. У даражали комплекссон қийматли ишлаб чиқариш функцияларининг муқобил (альтернатив) модели ҳисобланади. Моделнинг афзаллиги – бошқа комплекссон қийматли функцияларга ўхшаб универсал эмас, фақат коэффициентга эга» [6].

Комплекссонли ўзгарувчиларнинг кўрсаткичли ишлаб чиқариш функцияси: комплекссонли ўзгарувчиларнинг кўрсаткичли функциялари динамиканинг ишлаб чиқиш тавсифини моделлаштиради. Бу циклик L ўзгарувчининг чизиқли муаммоси билан белгиланади. Агар натижа цикллилигининг сабаби сифатида бошқа ресурс, яъни айнан капитал ресурслар чиқса, ушбу кўрсаткичли функцияларда ҳақиқий қисмга L ни, K га эса комплекссонли ўзгарувчи ресурсларнинг мавҳум қисмини киритиш керак. Комплекссонли аргументнинг комплекссонли коэффициентлари билан кўрсаткичли функцияси камроқ қизиқарли хоссаларга эга, лекин у ҳам ресурслар орасида чизиқли боғлиқлик мавжуд бўлган вазиятларда ундан ҳам фойдаланиш мумкин. Функция турли хил ишлаб чиқариш турларини таърифлашга қодир. Функцияларнинг хоссалари эмас, ҳар бир моделдан фойдаланиш мураккаблик даражасигина ўзгаради.

Кобб-Дуглас туридаги тавфсифловчи ишлаб чиқариш функцияси:

Кобб-Дуглас ишлаб чиқариш функцияси иқтисодий таҳлил учун ўта қулай восита бўлиб иқтисодий динамикани моделлаштиришда асос ҳисобланади, унинг ёрдамида ҳар қандай даражадаги ишлаб чиқариш жараёни-корхона, минтақа, мамлакат моделлаштирилади. Иқтисодиётнинг бир томонини, яъни ресурсларни натижага қайта шаклланишини акс эттиради. Функция ўз хоссаларига кўра, реал даражада иқтисодий воқеаликка ўхшаш ҳисобланади, чунки у ресурслар ва ишлаб чиқариш натижалари орасидаги реал мавжуд бўлган ишлаб чиқаришнинг ўзаро алоқаларининг катта қисмини таърифлайди. Маълумки, у ҳақиқий сон ўзгарувчили моделлар соҳасида эришиб бўлмайдиган деб ҳисобланувчи ўзаро алоқаларни ҳам тасвирлайди. Кобб-Дуглас ишлаб чиқариш функцияси биринчи марта кенг илмий жамоатчиликка 1928 йилда тақдим этилган ва ҳозиргача микро ва макродаражада моделлаштиришда кенг қўлланилади.

Юқоридаги таҳлиллардан шундай хулосага келиш мумкин; даражали ишлаб чиқариш функциялари ёрдамида амалга ошириладиган амалий иқтисодий таҳлилда даража кўрсаткичлари ўзгаришини ҳеч қандай чегараларини тажрибада қўлланилган ҳолда бериш керак эмас. Турлича ишлаб

чиқариш вазиятларни моделлаштириш учун бу коэффициентлар қийматини мавжуд статистик маълумотлар бўйича баҳолаш зарур. Агар a ва b даража кўрсаткичлари бирга тенг бўлса (ёки иқтисодий баҳолаш ходисасида бирга яқин) ёки агар даража кўрсаткичлари бирдан узок бўлиб ишлаб чиқариш самарали бўлмаса, бунда даражали ишлаб чиқариш функцияси оптималга яқинроқ ишлаб чиқаришни ташхислайди. Агар даражанинг қайсидир кўрсаткичи бирдан катта бўлса, бу мос келувчи ресурс ўсиб боровчи фойда босқичида турганини билдиради.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати

1. Solow R.M. (19)57). Technical Change and the Aggregate Production Function // The Review of Economics and Statistics. Vol. 39. No. 3, pp. 312-320.
2. Wooding R. A. The multivariate distribution of complex normal variables. // Biometrika, 1956, vol. 43, pp. 212-215.
3. Tavares, G. N., Tavares, L. M. On the Statistics of the Sum of Squared Complex Gaussian Random Variables. // IEEE Transactions on Communications, 55(32), 2007. – pp 1857-1862.
4. Svetunkov Sergey. Complex-Valued Modeling in Economics and Finance – Springer Science+Business Media, New York, 2012. – 318 p.
5. Светульников С.Г. Основы комплекснозначной экономики.- СПб.:Издатель ип Василькина. - М: Н., 2011.-348.
6. Светульников С.Г. Основы эконометрии комплексных переменных. - СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2008.-108с